

因数分解まとめ

第1段階の目標はどんな因数分解でも20秒で解答できるようにすること。最終的には15秒で解答できるようにすること。

最終目標例： $4x^2 - 9x - 9$ の因数分解を15秒でできるように

① $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ (2乗-2乗型)の因数分解

因数分解の必要がある式を見たらまずは2乗-2乗型ではないかを疑いましょう。項が少ないので見た瞬間に分かるはず。2次の項がともに2乗で、マイナスで繋がっています。

② $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2, a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ (2乗型)の因数分解

$a^2 - b^2$ 型ではないと分かったら次に2乗型の因数分解公式を疑いましょう。2次の項がともに2乗で、もう1つの項が $2ab$ となっていれば2乗型です。

③ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$ (係数=1型)の因数分解

①や②のように単純公式でなければ x^2 の係数を見ます。 x^2 の係数が1のときは、 $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$ となる a, b を考えましょう。

④ $acx^2 + (da + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$ (たすき掛け型)の因数分解

①や②のように単純公式でなければ x^2 の係数を見て、 x^2 の係数が1ではない場合です。 $acx^2 + (da + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$ となる a, b, c, d を考えましょう。これはたすき掛け因数分解という方法を用います。ただし、何度も因数分解をして、たすき掛けを書かずに因数分解できるようにしましょう。(たすき掛け因数分解は次ページを参照)

*もちろん上記①~④以外にも係数が分数のものや、 x が4次のものもあります。適切な数をかけたり、 $x^2 = X$ とするなど計算の工夫を行って見慣れた因数分解の形に変形しましょう。

・たすき掛け因数分解について

たすき掛け因数分解は初学者が $acx^2 + (da + bc)x + bd$ の因数分解を行うのに便利な手段です。 $4x^2 - 9x - 9$ をたすき掛け因数分解を用いて因数分解してみましょう。この式を因数分解するには $ac = 4, da + bc = -9, bd = -9$ となる a, b, c, d を見つければ良いです。これを見つめる手段がたすき掛けということです。

<STEP1>

ac と bd の値から推測できる $(a, c), (b, d)$ の組み合わせを考えます。

$ac = 4$ となる a と c の組み合わせは $4 \times 1, 2 \times 2, 1 \times 4$

$bd = -9$ となる b と d の組み合わせは $1 \times (-9), 3 \times (-3), 9 \times (-1), (-9) \times 1, (-3) \times 3, (-9) \times 1$

<STEP2>

STEP1 で考えた a, b, c, d の候補から元の式に合う値を左下の表に当てはめて考えます。これらが上手く当てはめたのが右下の表です。これら a, b, c, d の値を $(ax + b)(cx + d)$ に戻せば因数分解の完了です。上手く当てはめるという作業はSTEP1 で考えた値を片っ端から代入して考えます。何回もこの因数分解を行うことでたすき掛けを使わずに因数分解できるようになります。

